

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

**1.a)**  $[A, A^2] = A^3 - A^3 = 0_2$ .

**b)** Fie  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; A^* = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ .  $A \cdot A^* = A^* \cdot A$ .

**c)**  $[A, BC - CB] = ABC - ACB - BCA + CBA$ . Prin permutări circulare se obțin celelalte două relații. Adunând se obține egalitatea.

**2.a)**  $0 < a < 1, 0 < b < 1 \Rightarrow ab \in (0, 1), (1-a)(1-b) \in (0, 1)$

**b)**  $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x > 0 \Rightarrow f$  strict crescătoare, deci injectivă.  $f$  este continuă deci are P.D.,

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \Rightarrow \text{Im } f = (0, 1) \Rightarrow f$  surjectivă, deci bijectivă. Se verifică egalitatea.

**c)**  $f(1) = \frac{1}{2}; \exists! y > 0, f(y) = x; f(y^3) = x \circ x \circ x = f(1) \Rightarrow y^3 = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ .